

2.3.7 Řešení rovnic I

Předpoklady: 020306

Př. 1: Vyřeš rovnice pomocí ekvivalentních úprav.

a) $2x = -8$

b) $-3 = x + 12$

c) $x + \frac{5}{6} = \frac{1}{3}$

d) $\frac{x}{5} = \frac{3}{10}$

e) $x - 55 = 61$

f) $\frac{3}{4}x = \frac{2}{3}$

g) $3x - 2 = 13$

h) $\frac{x+1}{3} = 9$

a) $2x = -8 \quad / :2$
 $2x : 2 = -8 : 2$
 $x = -4$

b) $-3 = x + 12 \quad / -12$
 $-3 - 12 = x + 12 - 12$
 $-15 = x$

c) $x + \frac{5}{6} = \frac{1}{3} \quad / -\frac{5}{6}$
 $x + \frac{5}{6} - \frac{5}{6} = \frac{1}{3} - \frac{5}{6}$
 $x = \frac{2}{6} - \frac{5}{6} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$

d) $\frac{x}{5} = \frac{3}{10} \quad / \cdot 5$
 $\frac{x}{5} \cdot 5 = \frac{3}{10} \cdot 5$
 $x = \frac{3 \cdot 5}{10} = \frac{3}{2}$

e) $x - 55 = 61 \quad / +55$
 $x - 55 + 55 = 61 + 55$
 $x = 116$

f) $\frac{3}{4}x = \frac{2}{3} \quad / : \frac{3}{4}$
 $\frac{3}{4}x : \frac{3}{4} = \frac{2}{3} : \frac{3}{4}$
 $x = \frac{2}{3} : \frac{3}{4} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{8}{9}$

g) $3x - 2 = 13 \quad / +2$
 $3x - 2 + 2 = 13 + 2$
 $3x = 15 \quad / :3$
 $3x : 3 = 15 : 3$
 $x = 5$

h) $\frac{x+1}{3} = 9 \quad / \cdot 3$
 $\frac{x+1}{3} \cdot 3 = 9 \cdot 3$
 $x + 1 = 27 \quad / -1$
 $x + 1 - 1 = 27 - 1$
 $x = 26$

Pedagogická poznámka: Nejčastěji v bodu a) se objevuje prapodivný zápis stavu po první úpravě: $2 : 2x = -8 : 2$. Je třeba zdůraznit, že jde o chybu, protože číslo $2x$ (původní hodnota levé strany) dělíme číslem 2 (ne obráceně).

Pedagogická poznámka: V bodech a) až f) se vyskytují chyby jen zřídka. V bodech g) a h) jsou daleko častější a v naprosté většině příkladů se týkají priority operací. Situaci využíváme už při kontrole k odstartování následující diskuse.

Proč jsme při řešení bodu g) $3x - 2 = 13$ nepostupovali takto?

$3x - 2 = 13 \quad / :3$
 $3x : 3 - 2 = 13 : 3$
 $x - 2 = \frac{13}{3} \quad / +2$

$$x - 2 + 2 = \frac{13}{3} + 2$$

$$x = \frac{19}{3} = 6\frac{1}{3}$$

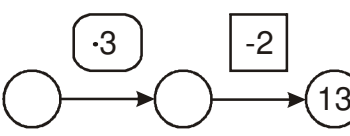
Špatně je hned první krok. Rovnice představuje rovnost dvou čísel (každá strana rovnice je jedno číslo) $\Rightarrow$ pokud rovnici dělíme, musíme vydělit obě strany celé:

$$3x - 2 = 13 \quad / :3$$

$(3x - 2) : 3 = 13 : 3 \Rightarrow$ to rozhodně není žádné zjednodušení.

Jak poznáme, kterého čísla se máme zbavovat nejdříve? Několik možností:

- $3x - 2 = 13$, násobení má přednost, neznámé číslo nejdříve násobíme 3 a poté odečítáme dvojku $\Rightarrow$ nejdříve se zbavíme dvojky (přičtením) a pak dělením čísla 3 (podobně jako rozebíráme balík – nejdříve rozbalujeme papír, který je od dárku nejdále),

- rovnici můžeme zapsat jako hada: , kterého pak řešíme

odzadu (nejdříve krok -2) ,

- rovnici můžeme přepsat na úlohu o čísle: „Hledáme číslo, které se po vynásobení třemi a odečtení dvou rovná číslu 13. Příklad opět řeší od konce (tedy přičtením 2).

Př. 2: Vyřeš rovnice pomocí ekvivalentních úprav. Obě rovnice zapiš pomocí hada a úlohy o hledání čísla. Hada vyřeš.

a) $3x + 7 = 1$

b) $4(x - 1) = 3$

a) $3x + 7 = 1 \quad / -7$

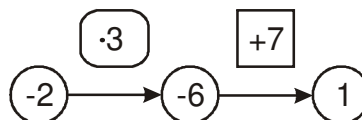
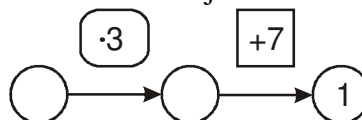
$$3x + 7 - 7 = 1 - 7$$

$$3x = -6 \quad / :3$$

$$3x : 3 = -6 : 3$$

$$x = -2$$

Hledáme číslo. Po vynásobení třemi a přičtení sedmi se rovná jedné.



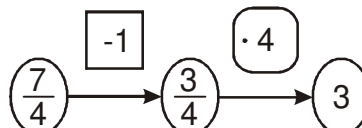
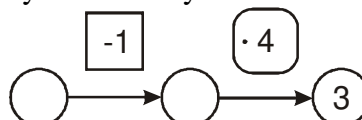
b) $4(x - 1) = 3 \quad / :4$

$$\frac{4(x - 1)}{4} = \frac{3}{4}$$

$$x - 1 = \frac{3}{4} \quad / +1$$

$$x = \frac{3}{4} + 1 = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$$

Hledáme číslo. Po odečtení jedné a vynásobení čtyřmi se rovná třem.



Pedagogická poznámka: Od tohoto okamžiku povolují zkrácený zápis řešení rovnic (bez „vynulování nebo vyjedinění“ odstraňovaného členu). Nikomu jej však nevnučují.

Př. 3: Vyřeš rovnice pomocí ekvivalentních úprav.

a) $2x + 3 = 11$

b) $2(x + 1) = 8$

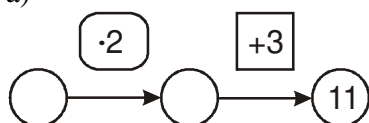
c) $\frac{x-3}{3} = 9$

d) $\frac{5x}{4} - 3 = -5$

e) $\frac{3x+2}{4} = \frac{2}{7}$

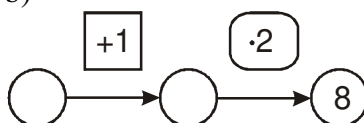
f) $\frac{2x-5}{3} + 2 = \frac{3}{4}$

a)



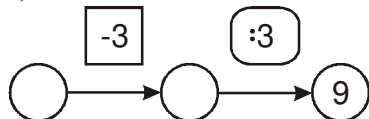
$$\begin{aligned} 2x + 3 &= 11 & / -3 \\ 2x + 3 - 3 &= 11 - 3 \\ 2x &= 8 & / :2 \\ \frac{2x}{2} &= \frac{8}{2} \\ x &= 4 \end{aligned}$$

b)



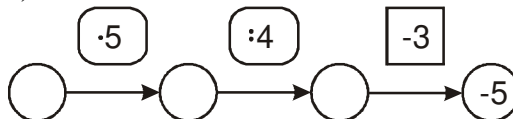
$$\begin{aligned} 2(x + 1) &= 8 & / :2 \\ \frac{2(x+1)}{2} &= \frac{8}{2} \\ x + 1 &= 4 & / -1 \\ x &= 4 - 1 = 3 \end{aligned}$$

c)



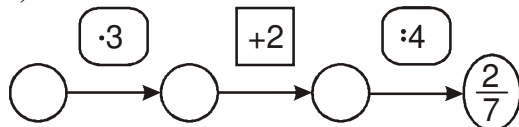
$$\begin{aligned} \frac{x-3}{3} &= 9 & / \cdot 3 \\ x - 3 &= 9 \cdot 3 \\ x - 3 &= 27 & / +3 \\ x &= 30 \end{aligned}$$

d)



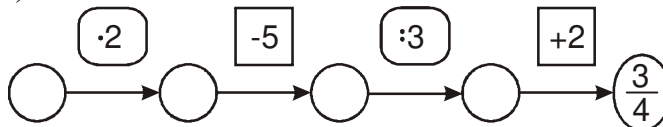
$$\begin{aligned} \frac{5x}{4} - 3 &= -5 & / +3 \\ \frac{5x}{4} &= -5 + 3 \\ \frac{5x}{4} &= -2 & / \cdot 4 \\ 5x &= -2 \cdot 4 \\ 5x &= -8 & / :5 \\ x &= -\frac{8}{5} \end{aligned}$$

e)



$$\begin{aligned} \frac{3x+2}{4} &= \frac{2}{7} & / \cdot 4 \\ 3x + 2 &= \frac{8}{7} & / -2 \end{aligned}$$

f)



$$\begin{aligned} \frac{2x-5}{3} + 2 &= \frac{3}{4} & / -2 \\ \frac{2x-5}{3} &= \frac{3}{4} - 2 = \frac{3}{4} - \frac{8}{4} \end{aligned}$$

$$3x = \frac{8}{7} - 2 = \frac{8-14}{7}$$

$$3x = -\frac{6}{7} \quad / : 3$$

$$x = -\frac{6}{7} : 3 = -\frac{2}{7}$$

$$\frac{2x-5}{3} = -\frac{5}{4} \quad / \cdot 3$$

$$2x-5 = -\frac{15}{4} \quad / +5$$

$$2x = -\frac{15}{4} + 5 = -\frac{15}{4} + \frac{20}{4}$$

$$2x = \frac{5}{4} \quad / : 2$$

$$x = \frac{5}{8}$$

Pedagogická poznámka: V bodu d) je možné druhou a třetí operaci spojit do dělení rovnice zlomkem $\frac{5}{4}$.

Pedagogická poznámka: V následujícím příkladu opět požaduji doma dopočítat to, co se nestihlo ve škole.

Př. 4: Vyřeš rovnice pomocí ekvivalentních úprav.

a) $2x+1=5$

b) $3x+12=3$

c) $2(x-2)=8$

d) $\frac{x-1}{4}=11$

e) $3x-\frac{1}{3}=2$

f) $3(x+1)=5$

g) $\frac{3}{4}x+1=\frac{1}{2}$

h) $\frac{x+2}{4}=\frac{1}{2}$

a) $2x+1=5 \quad / -1$

$$2x=5-1$$

$$2x=4 \quad / : 2$$

$$x=4:2=2$$

b) $3x+12=3 \quad / -12$

$$3x=3-12$$

$$3x=-9 \quad / : 3$$

$$x=-9:3=-3$$

c) $2(x-2)=8 \quad / : 2$

$$x-2=8:2$$

$$x-2=4 \quad / +2$$

$$x=4+2=6$$

d) $\frac{x-1}{4}=11 \quad / \cdot 4$

$$x-1=4 \cdot 11$$

$$x-1=44 \quad / +1$$

$$x=45$$

e) $3x-\frac{1}{3}=2 \quad / +\frac{1}{3}$

$$3x=2+\frac{1}{3}=\frac{6}{3}+\frac{1}{3}$$

$$3x=\frac{7}{3} \quad / : 3$$

$$x=\frac{7}{3}:3=\frac{7}{3} \cdot \frac{1}{3}=\frac{7}{9}$$

f) $3(x+1)=5 \quad / : 3$

$$x+1=\frac{5}{3} \quad / -1$$

$$x=\frac{5}{3}-1=\frac{5}{3}-\frac{3}{3}=\frac{2}{3}$$

g) $\frac{3}{4}x+1=\frac{1}{2} \quad / -1$

$$\frac{3}{4}x=\frac{1}{2}-1=\frac{1}{2}-\frac{2}{2}$$

$$\frac{3}{4}x=-\frac{1}{2} \quad / : \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4}x=-\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} = -\frac{2}{3}$$

h) $\frac{x+2}{4}=\frac{1}{2} \quad / \cdot 4$

$$x+2=\frac{1}{2} \cdot 4$$

$$x+2=2 \quad / -2$$

$$x=2-2=0$$

Shrnutí: U trošku složitějších rovnic je třeba dávat pozor na pořadí úprav (hadi pomáhají).